

ECUACIONES BICUADRADAS

Las ecuaciones bicuadradas son las que tienen términos de 4º grado, de 2º grado y término independiente. Tienen cuatro soluciones y algunas se pueden resolver mediante una sencilla sustitución. Por ejemplo:

66.- Resolver: $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

Si se sustituye x^2 por y ($x^4 = y^2$) la ecuación toma la forma

$$y^2 - 29y + 100 = 0 \quad \text{de 2º grado:}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 = 41 & \quad y = \frac{29 \pm \sqrt{29^2 - 4 \cdot 100}}{2} = \frac{29 \pm 21}{2} \Rightarrow y_1 = 25 \\ x \cdot y = 20 & \quad y_2 = 4 \end{aligned}$$

como $x^2 = y \Rightarrow x = \pm 5 \quad \text{ó} \quad x = \pm 2$

67.- $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$

68.- $z^4 - 13z^2 + 36 = 0$

69.- $x^2 + y^2 = 41$
 $x \cdot y = 20$

De la 2ª ecuación se deduce: $x = 20/y$ que llevado a la 1ª

$$(20/y)^2 + y^2 = 41 \Rightarrow 400 + y^4 = 41y^2$$

$$\text{Si hacemos } y^2 = z \Rightarrow z^2 - 41z - 400 = 0$$

Cuyas soluciones son $z_1 = 25$ y $z_2 = 16$

De donde que $y = \pm 5$ e $y = \pm 4$ $x = \pm 5$ y $x = \pm 4$