41 Derivar la función: $y = L\sqrt{x\,(1-x)}$

Esta derivada se va a desarrollar de dos formas.

A Transformando previamente la expresión:

$$y = L\sqrt{x\,(1-x)} = L\left[x^{1/2}(1-x)^{1/2}\right] =$$

$$= L\,x^{1/2} + L\,(1-x)^{1/2},$$ de donde que la derivada:

$$y' = \frac{1/2\cdot x^{-1/2}}{x^{1/2}} + \frac{-1/2\cdot(1-x)^{-1/2}}{(1-x)^{1/2}} =$$

$$y' = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-x} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{1-x}\right) = \mathbf{\frac{1-2x}{2x\cdot(1-x)}}$$

B Otra forma de realizar la derivación, considerándola directamente como el logaritmo de una raíz:

$$y' = \frac{\left(\sqrt{x\,(1-x)}\right)'}{\sqrt{x\,(1-x)}} = \frac{\dfrac{1\cdot(1-x)+x\cdot(-1)}{2\sqrt{x\cdot(1-x)}}}{\sqrt{x\cdot(1-x)}} = \frac{\dfrac{1-x-x}{2\sqrt{x(1-x)}}}{\sqrt{x\,(1-x)}} =$$

$$= \frac{1-2x}{2\cdot\left(\sqrt{x(1-x)}\right)^2} = \mathbf{\frac{1-2x}{2x\cdot(1-x)}}$$

42 Derivar la función: $y = L\left[x^n\cdot(x+2)\right]$

Se transforma previamente el logaritmo del producto:

$$y = L\,x^n + L\,(x+2) = n\,L\,x + L\,(x+2)$$

$$y' = \frac{n}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{nx + 2n + x}{x(x+2)} = \mathbf{\frac{x(n+1) + 2n}{x(x+2)}}$$